

Zadanie 1.

Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p , takie, że $p^2 + 14$ jest liczbą pierwszą.

Zadanie 2.

Wykazać, że jeśli liczby a_1, a_2, \dots, a_n różne od zero są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, to

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}.$$

Zadanie 3.

Dana jest funkcja $f(x) = 4^{|x|} + 2(2m+1) \cdot 2^{|x|} + 4m^2 - 5$. Dla jakich wartości $m \in \mathbb{R}$ nierówność $f(x) > 0$ jest prawdziwa dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 4.

W kąt ostry wpisujemy okręgi styczne do ramion kąta i do siebie. Wykaż, że promienie tych okręgów tworzą ciąg geometryczny i wyznacz zależność ilorazu tego ciągu od miary kąta.

Zadanie 5.

Dany jest zbiór wielościanów wypukłych o pięciu wierzchołkach wpisanych w sferę o promieniu jeden. Wyznacz największą objętość wielościanu w tym zbiorze.