Zadanie 1

Mamy pojemnik sześcienny z wodą o wymiarach 4 cm x 4 cm x 4 cm. Przelewamy wodę do wazonu o kształcie prostopadłościanu o podstawie o wymiarach 2 cm x 8 cm. Jaka musi być najmniejsza wysokość wazonu, aby woda się z niego nie wylała?

Rozwiązanie:

Objętość sześcianu jest równa 4cm x 4 cm x 4 cm, co jest równe 64 cm^3. Zatem, aby woda z wazonu się nie wylała jego objętość musi wynosić co najmniej 64 cm^3. Niech h oznacza szukaną wysokość wazonu. Otrzymujemy równanie: 2 cm x 8 cm x h=64 cm^3. Stąd szukana wysokość wynosi 4 cm.

Zadanie 2

Stara legenda głosi, że czeska królewna Libusza obiecała temu z trzech ubiegających się o nią rycerzy oddać rękę, który pierwszy rozwiąże zadanie następującej treści:

ile śliwek mieści się w koszyku, którego połowę całej zawartości i jedną śliwkę odda pierwszemu, drugiemu połowę reszty i jedną śliwkę, wreszcie trzeciemu połowę pozostałych i trzy śliwki, po czym kosz będzie pusty? Rozwiąż tę zagadkę.

Rozwiązanie:

Oznaczmy przez x-zawartość koszyka.

Pierwszemu rycerzowi królewna odda:

$\frac{1}{2}x+1$ śliwek, zostanie więc $\frac{1}{2}x-1$ śliwek.

Drugiemu rycerzowi odda:

$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}x-1)+1=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ śliwek, w koszyku pozostanie $\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$ śliwek.

Trzeciemu odda:

$\frac{1}{2}(\frac{1}{4}x-\frac{3}{2})+3=\frac{1}{8}x+2\frac{1}{4}$ śliwek, po czym koszyk pozostanie pusty.

Otrzymujemy równanie:

$(\frac{1}{2}x+1)+(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2})+(\frac{1}{8}x+2\frac{1}{4})=x$, z którego $x=30$.

Zadanie 3

Trzech zazdrosnych mężów pragnie przeprawić się ze swymi żonami przez rzekę. Mają do rozporządzenia łódkę bez wioślarza, przy tym tak małą, że może ona pomieścić tylko dwie osoby. Należy rozstrzygnąć i opisać, w jaki sposób mają się przeprawić, aby żadna z pań nie została w towarzystwie innych panów podczas nieobecności swojego męża.

Rozwiązanie:

Oznaczamy dużymi literami alfabetu A, B, C mężów, a małymi literami a, b,c ich żony. Początkowo wszyscy znajdują się na jednym brzegu rzeki.

Najpierw przeprawiają się dwie panie:

(A, B, C, a, -,-)→(-,-,-,-,b,c).

Następnie wraca jedna z pań i przewozi trzecią:

(A, B, C, -,-,-)→(-,-,-,a,b,c).

Powraca jedna z pań, zostaje ze swoim mężem, a dwaj inni panowie płyną do żon:

(A,-,-,a,-,-)→(-,B,C,-,b,c).

Mąż z żoną wraca na pierwszy brzeg. Pozostawia tam żonę, a zabiera kolegę:

(-,-,-,a,b,-)→(A,B,C,-,-,c).

Z drugiego brzegu na pierwszy wraca pani i zabiera koleżankę:

(-,-,-,a,-,-)→(A,B,C,-,b,c).

Wreszcie wraca na pierwszy brzeg mąż pozostałej tam pani i przeprawiają się razem:

(-,-,-,-,-,-)→(A,B,C,a,b,c).

Zadanie 4

Znajdź liczbę czterocyfrową, która ma tę własność, że iloczyn tej liczby i liczby 9 zapisuje się przy pomocy tych samych cyfr co ta liczba, ale w odwrotnym porządku.

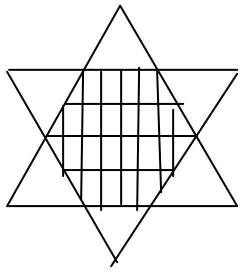
Rozwiązanie:

Szukana liczba musi być mniejsza od 1111 i większa od 1000. Stąd wnioskujemy,

że iloczyn szukanej liczby i liczby 9 będzie rozpoczynał się cyfrą 9, a kończył cyfrą 1. Należy rozważyć dwa przypadki, gdzie przedostatnią cyfrą iloczynu może być 1 albo 0. Jedynka nie spełnia warunków zadania, więc szukaną liczbą jest 1089, a jej iloczyn i liczby 9 wynosi 9801.

Zadanie 5

Dwa trójkąty równoboczne nałożono na siebie jak na rysunku poniżej, otrzymując równoramienną gwiazdę. Pole każdego trójkąta wynosi 90 cm^2.



Oblicz pole zakreskowanej figury.

Rozwiązanie:

Łatwo zauważyć, że każdy z trójkątów można podzielić na 9 identycznych trójkątów. Zakreślona figura składa się z sześciu takich trójkątów, zatem jej pole wynosi

$^6/_9$ x 90 cm^2, co jest równe 60 cm^2.