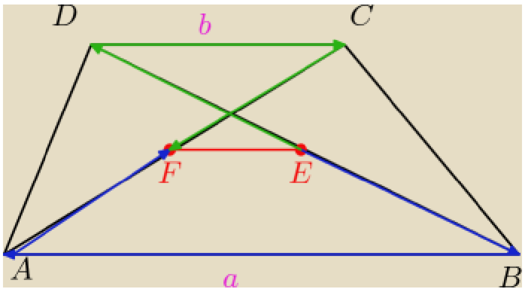
O odcinku łączącym środki przekątnych trapezu

David Sieńko, klasa III, II LO w ZS nr 2 im. K.K. Baczyńskiego w Ełku pod kierunkiem Marzeny Konewko

Twierdzenie.
W dowolnym trapezie odcinek łączący środki przekątnych trapezu jest połową różnicy długości jego podstaw.

Dowód.

Oznaczając szukany odcinek FE



możemy zapisać następujące równości:

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$$
$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$$

Po daniu stronami otrzymujemy:

$$2\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}.$$

Ponieważ:

$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FC} = 0$ (wektory przeciwne, a punkt F jest środkiem odcinka AC),
$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BE} = 0$ (wektory przeciwne, a punkt E jest środkiem odcinka BD),

to $2\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$, a stąd $\overrightarrow{FE} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}}{2}$

Wektory $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ są równoległe i przeciwnie skierowane, więc długość wektora $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ jest równa różnicy długości tych wektorów.

Ostatecznie otrzymujemy tezę $\left|\overrightarrow{FE}\right| = \frac{a-b}{2}$.

CNW.