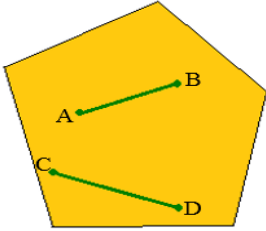
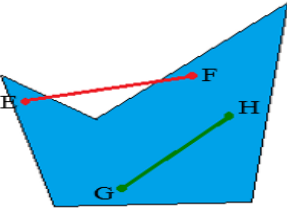


## Wielokąty – pojęcia podstawowe

Opracowały: Weronika Drobiszewska, Karolina Sapięga – klasa 1a, I Liceum  
Ogólnokształcące im. Jana Kochanowskiego w Olecku pod kierunkiem Elżbiety Guziejko

Pojęcie	Definicja, zależności
Figura wypukła	<p>Figurę nazywamy wypukłą, jeżeli każdy odcinek, którego końce należą do tej figury, zawiera się w tej figurze, np.</p> 
Figura niewypukła (wklęsła)	<p>Figura, która nie jest wypukła nazywa się figurą niewypukłą, tzn. istnieje odcinek, którego końce należą do figury, jednak co najmniej jeden jego punkt leży poza nią, np.</p> 
Wielokąt (wielobok)	Część płaszczyzny ograniczona łamaną zwyczajną zamkniętą wraz z tą łamaną.
Wielokąt wypukły	<p>Wielokąt, który jest figurą wypukłą. Własności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wszystkie jego kąty wewnętrzne są wypukłe, lub</li> <li>• wszystkie jego przekątne zawierają się w tym wielokącie</li> </ul>
Wielokąt wklęsły	Wielokąt, który nie jest figurą wypukłą nazywamy wielokątem wklęsłym.
Liczba przekątnych w wielokącie wypukłym	$p = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ , gdzie $n \in N, n \geq 4$
Suma miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego.	$(n-2) \cdot 180^\circ$ , gdzie $n \in N, n \geq 3$
Suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego	$720^\circ$
Wielokąt wpisany w okrąg (okrąg opisany na wielokącie)	<p>Wielokąt jest wpisany w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jego wierzchołki leżą na okręgu.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Na wielokącie można opisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy symetralne wszystkich jego boków przecinają się w jednym punkcie. Punkt ten jest środkiem okręgu opisanego na wielokącie.</li> </ul>

Wielokąt opisany na okręgu ( <i>okrąg wpisany w wielokąt</i> )	<p>Wielokąt jest opisany na okręgu wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jego boki są styczne do okręgu.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>W wielokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy dwusieczne wszystkich kątów wielokąta przecinają się w jednym punkcie. Punkt ten jest środkiem okręgu wpisanego w wielokąt.</li> </ul>
Wielokąt foremny	Wielokąt, którego wszystkie boki są równe i wszystkie kąty wewnętrzne mają tę samą miarę.
Własności wielokąta foremnego	<ul style="list-style-type: none"> <li>Każda symetralna boku wielokąta jest osią symetrii,</li> <li>Każda dwusieczna kąta wewnętrznego zawiera się w osi symetrii tego wielokąta,</li> <li>Na każdym wielokącie foremnym można opisać okrąg o promieniu <math>R = \frac{a}{2 \sin \frac{\pi}{n}}</math>,</li> <li>W każdy wielokąt foremny można wpisać okrąg o promieniu <math>r = \frac{a}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}</math>.</li> <li>Kąt wewnętrzny ma miarę: <math>\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}</math></li> <li>Długość boku <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a = 2\sqrt{R^2 - r^2}</math></li> <li><math>= 2R \sin \frac{\pi}{n}</math></li> <li><math>= 2r \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}</math></li> </ul> </li> </ul>

**Oznaczenia:**  $n$  – liczba boków w wielokącie,  $p$  – liczba przekątnych,  $R$  – długość promienia okręgu opisanego na wielokącie,  $r$  – długość promienia okręgu wpisanego w wielokąt,  $a$  – długość boku wielokąta foremnego.

### Przykład 1

Ile boków ma wielokąt wypukły, w którym suma miar kątów wewnętrznych wynosi  $1260^\circ$ ?

**Rozwiązanie**

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 1260^\circ /: 180^\circ$$

$$n-2 = 7$$

$$n = 9$$

**Odpowiedź:** Wielokąt ma 9 boków.

### Przykład 2

Ile przekątnych ma wielokąt foremny, w którym kąt wewnętrzny ma  $135^\circ$ ?

## Rozwiązanie

Dane:  $\alpha = 135^\circ$  - kąt wewnętrzny wielokąta foremnego

1. Obliczamy liczbę boków w tym wielokącie.

Miara jednego kąta wewnętrznego wielokąta foremnego  $\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$  i  $\alpha = 135^\circ$ .

$$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 135^\circ \quad / \cdot n$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 135^\circ n$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 135^\circ n$$

$$45^\circ n = 360^\circ$$

$$n = 8$$

2. Obliczamy liczbę przekątnych w ośmiokącie.

$$p = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$p = \frac{8 \cdot (8-3)}{2} = 4 \cdot 5 = 20$$

**Odpowiedź:** Wielokąt foremny ma 20 przekątnych.

## Przykład 3

Czy istnieje wielokąt wypukły, w którym stosunek sumy miar kątów wewnętrznych do sumy miar kątów zewnętrznych jest równy  $\frac{15}{4}$ ?

## Rozwiązanie

Suma miar kątów wewnętrznych:  $(n-2) \cdot 180^\circ$

Suma miar kątów zewnętrznych:  $720^\circ$

$$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{720^\circ} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{n-2}{4} = \frac{15}{4} \quad \Rightarrow \quad n = 17$$

**Odpowiedź:** Taki wielokąt istnieje i jest nim siedemnastokąt.