Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl marcowy

Poziom: szkoły podstawowe

Zadanie 1.

Suma trzech kolejnych liczb nieparzystych wynosi 177. Znajdź te liczby.

Rozwiązanie.
Oznaczmy przez x pierwsza z tych liczb. Wtedy trzy kolejne liczby nieparzyste to:
x, $x+2$, $x+4$.
Suma tych liczb równa jest

$$x+x+2+x+4=177 \text{, czyli } 3x+6=177$$
$$3x=177-6=171,$$
$$3x=171 \,|:3$$
$$x=57$$

Odpowiedź. 57, 59, 61.

Zadanie 2.

Uzupełnij poniższy diagram tak, aby działanie to było poprawne. Znaki ◇ , □, Δ oznaczają różne cyfry. Wyznacz wszystkie możliwe rozwiązania.

$$\begin{array}{rcccc} & \square & \square & \Diamond & \Delta \\ + & & 3 & 8 & 7 \\ \hline & \square & \Delta & \square & \Diamond \end{array}$$

Rozwiązanie.

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 1 & 2 & 5 \\ + & & 3 & 8 & 7 \\ \hline & 1 & 5 & 1 & 2 \end{array}$$

Można zauważyć, że $\Delta = \square + 3 \geq 3$ ponieważ $\square < 7$ i próbować wstawiać Δ = 3, Δ = 4,… Dla Δ = 5 otrzymamy prawidłowe rozwiązanie.

Zadanie 3.
Kropla wody ma objętość równą około 50mm^3 . Ile kropel wody potrzeba, aby napełnić wodą co najmniej $\frac{1}{5}$ szklanego pojemnika w kształcie graniastosłupa o wymiarach
2dm x 4cm x 5cm , a ile najwięcej kropel wody potrzeba tak, aby woda nie wylała się z tego pojemnika. Zapisz obliczenia

Rozwiązanie.

Wymiary pojemnika 200 mm · 40 mm · 50 mm.

Stąd objętość pojemnika to

$$V_{pojemnika} = 400\ 000\ mm^3$$

$$\frac{1}{5}\ V_{pojemnika} = \frac{1}{5} 400\ 000\ mm^3 = 80\ 000\ mm^3$$

$$\frac{400000 mm^3}{50 mm^3} = 8000 \text{ kropel zmieści się w całym pojemniku}$$

$$\frac{80000 mm^3}{50 mm^3} = 1600 \text{ kropel potrzeba, aby napełnić } \frac{1}{5} \text{ pojemnika.}$$

Odpowiedź. W całym pojemniku zmieści się 8000 kropel, w $\frac{1}{5}$ pojemnika 1600 kropel.

Zadanie 4.
Boisko ma kształt prostokąta o wymiarach 30 m na 21 m. Kosiarka do trawy ma szerokość 50 cm. Jaką część powierzchni boiska stanowi obszar skoszony po 2 okrążeniach kosiarki wzdłuż brzegów boiska? Jaka powierzchnia pozostała do skoszenia?

Rozwiązanie.

Obliczamy powierzchnię całego boiska: $30m \cdot 21m = 630m^2$.

Z każdego boku należy odjąć $2 \cdot 2 \cdot 0{,}5m = 2m$, czyli wymiary zmniejszyły się do 28m i 19m, a powierzchnia nieskoszonej części jest równa

$$28m \cdot 19m = 532m^2.$$

Obszar skoszony

$$630m^2 - 532m^2 = 98m^2.$$

Obszar skoszony stanowi $^{98}/_{630} = {}^{7}/_{45}$ część boiska.

Odpowiedź. Obszar skoszony, to ${}^{7}/_{45}$ część boiska. Do skoszenia pozostało $532m^2$.

Zadanie 5.

Ile najwięcej punktów przecięcia mogą utworzyć dwie różne proste, trzy różne proste, cztery różne proste, pięć różnych prostych itd.? Uzupełnij tabelę.

Znajdź i zapisz zasadę według której można uzupełnić tabelę.

Liczba prostych	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Liczba punktów przecięcia	0									

Odpowiedź:

Liczba prostych	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Liczba punktów przecięcia	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45

Zasada:

zauważ, że dodając nową prostą do istniejących punktów przecięcia dodadzą się nowe. Nowych będzie tyle ile było poprzednio prostych, bo dodana prosta przetnie wszystkie już istniejące proste.

Liczba prostych	Liczba punktów przecięcia	Suma
1	0	1+0=1
2	1	2+1=3
3	3	3+3=6
4	6	4+6=10
5	10	5+10=15
6	15	6+15=21
7	21	7+21=28
8	28	8+28=36
9	36	9+36=45
10	45	

Sposób drugi.

Każda z n prostych przecina pozostałe tworząc $n-1$ punktów przecięcia, co daje $n(n-1)$ możliwości.

Należy jeszcze zauważyć, że prosta np. a przecina prostą b w tym samym punkcie w którym prosta b przecina prostą a, co oznacza, że punkty przecięcia stanowią tylko połowę policzonych możliwości.

Wobec tego możliwych punktów przecięcia się n prostych jest $\frac{n(n-1)}{2}$ i np. dla 10 prostych otrzymujemy $\frac{10\cdot(10-1)}{2}=\frac{90}{2}=45$ punktów przecięcia.