Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl lutowy

Poziom: szkoły podstawowe

Zadanie 1.

Zapisz ułamki w jak najprostszej postaci, a następnie pokaż, który jest większy:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}} \quad \text{czy} \quad \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}$$

Rozwiązanie.

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{3}{4}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{7}{4}}}=\frac{1}{1+\frac{4}{7}}=\frac{1}{\frac{11}{7}}=\frac{7}{11}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{2}{3}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}=\frac{1}{1+\frac{3}{5}}=\frac{1}{\frac{8}{5}}=\frac{5}{8}$$

$$\frac{\frac{7}{11}}{\frac{5}{8}}=\frac{7}{11}\cdot\frac{8}{5}=\frac{56}{55}>1$$

Odpowiedź. Pierwszy ułamek jest większy od drugiego.

Zadanie 2.

Mały Kubuś na rowerku wybrał się z mamą na spotkanie taty, który właśnie wysiadł z pociągu na stacji leżącej 1 km od domu Kubusia. Mama i tata zbliżali się do siebie z jednakową prędkością 5 km/h, a Kubuś jechał rowerkiem ze stałą prędkością 10 km/h. Kiedy spotkał tatę, zawrócił do mamy, dojechawszy do mamy znów zawrócił do taty. Tak kontynuował swoją jazdę aż mama z tatą się spotkali. Ile kilometrów przejechał Kubuś do momentu spotkania rodziców?

Rozwiązanie.

Szukana jest droga $\mathbf{s}$ jaką przejechał Kubuś.

Wzór do obliczania drogi: $\mathbf{s}=\mathbf{v}\cdot\mathbf{t}$

Znamy prędkość z jaką jedzie Kubuś $\mathbf{v}=10km/h$, więc musimy obliczyć czas jazdy Kubusia $\mathbf{t}$.

Rodzice zbliżali się do siebie z prędkością 5 km/h i spotkali się w połowie drogi pokonując drogę 0,5 km

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{v}} = \frac{0{,}5km}{5km/h} = 0{,}1h$$

Kubuś zatem jeździł 0,1 godziny i pokonał drogę

$$\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = 10km/h \cdot 0{,}1h = 1km$$

Odpowiedź. Kubuś przejechał 1 km.

Zadanie 3.

Pan Antoni został zatrudniony do remontu mieszkania. Zgodnie z umową zarobi 3000 zł, jeśli uwinie się w ciągu 10 dni. Po dwóch dniach pracy poprosił o pomoc pana Benka, a po kolejnych dwóch dniach pana Czesia. Dzięki temu wywiązał się z umowy. Ile powinien zapłacić kolegom i ile mu zostanie z zarobku.

Rozwiązanie.

10 dni pracował pan Antoni

8 dni pan Benek

6 dni pan Czesio

Razem przepracowali $10+8+6=24$ roboczo/dni i wykonali zadanie za które otrzymali 3000 zł.

3000:24=125 zł za 1 dzień

Pan Benek dostanie za osiem dni pracy $8 \cdot 125$ zł =1000 zł

Pan Czesio dostanie za sześć dni pracy $6 \cdot 125$ zł =750 zł

A panu Antoniemu zostanie $10 \cdot 125$ zł = 1250 zł.

Odpowiedź. Pan Benek dostanie 1000 zł, pan Czesio dostanie 750 zł, a panu Antoniemu zostanie 1250 zł.

Zadanie 4.

Pole trapezu równoramiennego wynosi 24 cm^2. Wysokość trapezu wynosi 4 cm i jest o 1 cm dłuższa od krótszej podstawy. Ramię trapezu jest o 4 cm krótsze od dłuższej podstawy. Oblicz obwód trapezu.

Rozwiązanie.

$$P = \frac{(a+b)h}{2} \text{, czyli } \frac{(a+b)\cdot 4}{2} = 24$$

$$(a+b)\cdot 2 = 24 \ \ |:2$$

$$a+b=12.$$

Wysokość trapezu $h=4$ jest o jeden centymetr dłuższa od krótszej podstawy b

$$b = 4 - 1 = 3$$

$$a = 12 - b = 12 - 3 = 9 \quad \text{i} \quad c = a - 4 = 9 - 4 = 5$$

Obwód równy jest

$$a + b + 2c = 9 + 3 + 2 \cdot 5 = 22$$

Odpowiedź. Obwód trapezu równy jest 22 cm.

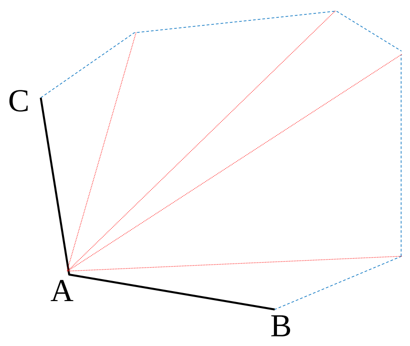
Zadanie 5.

Ile boków liczy wielokąt, który ma 275 przekątnych?

Rozwiązanie.

Niech n oznacza liczbę wierzchołków.

Z każdego wierzchołka poprowadzi się o 3 mniej przekątnych niż jest wszystkich wierzchołków:



- nie prowadzimy przekątnej od A do tego samego wierzchołka A,

- nie prowadzimy przekątnych od A do sąsiadujących wierzchołków B i C, bo to boki wielokąta,

czyli z każdego wierzchołka prowadzimy $n - 3$ przekątnych.

Ponieważ wierzchołków jest n, to wszystkich przekątnych poprowadzimy $n(n-3)$.

Trzeba jeszcze zauważyć, że każda z poprowadzonych przekątnych występuje dwa razy: np. z wierzchołka A do B oraz z B do A.

Zatem liczba różnych przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$.

Wiemy z treści zadania, że $\frac{n(n-3)}{2} = 275$.

Dla $n = 10$ mamy $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = 35$, czyli za mało przekątnych.

Dla $n = 20$ mamy $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{20 \cdot 17}{2} = 170$, czyli jeszcze za mało przekątnych.

Dla $n = 25$ mamy $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{25 \cdot 22}{2} = 275$, bingo!!.

Odpowiedź. Ten wielokąt ma 25 boków.