XVII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne
Eliminacje – cykl listopadowy
Poziom: szkoła podstawowa, klasy do 7

Zadanie 1.

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\overbrace{999......................999}^{18 cyfr}}{999999999} - 1.$

Rozwiązanie:

$$\frac{\overbrace{999......................999}^{18 cyfr}}{999999999} - 1 = \frac{999999999 \cdot 10^9 + 999999999}{999999999} - 1 = \frac{999999999(10^9 + 1)}{999999999} - 1 =$$

$$= 10^9 + 1 - 1 = 10^9.$$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi 10^9.

Zadanie 2.
Pewną liczbę naturalną pomnożono przez 2, a do otrzymanego iloczynu dodano 1. Otrzymaną liczbę ponownie pomnożono przez 2 i dodano 1. Operację powtórzono 100 razy. Czy otrzymana w ten sposób liczba może być podzielna przez 1990?

Rozwiązanie:

Liczba pomnożona przez dwa jest zawsze parzysta, a po dodaniu jedynki będzie nieparzysta.

Odpowiedź. Otrzymana liczb jest nieparzysta, więc nie może być całkowitą wielokrotnością liczby 1990.

Zadanie 3.
Ogrodnik porównuje dwa plany tego samego prostokątnego ogrodu. Na jednym z nich, sporządzonym w skali 1: 5000, alejka różana ma długość 2 cm. Na drugim planie ta alejka ma długość 1 cm, zaś cały ogród ma długość 2 cm, a szerokość 1,5 cm. Podaj rzeczywiste wymiary tego ogrodu oraz jego pole powierzchni. Pole powierzchni podaj w arach.

Rozwiązanie:

Na planie w skali 1:5000 odległości 1 cm odpowiada 50 m w ogrodzie. Czyli 2 cm, to 100 m.

Alejka w rzeczywistości ma długość 100 m.

Na drugim planie:

1cm –> 100 m

100 m = 10 000 cm

Druga skala 1 : 10 000. Stąd wymiary ogrodu

1 cm –> 100 m

2 cm –> 200 m

1,5 cm –> 150 m

Wymiary rzeczywiste ogrodu, to 200 m x 150 m, a pole powierzchni:

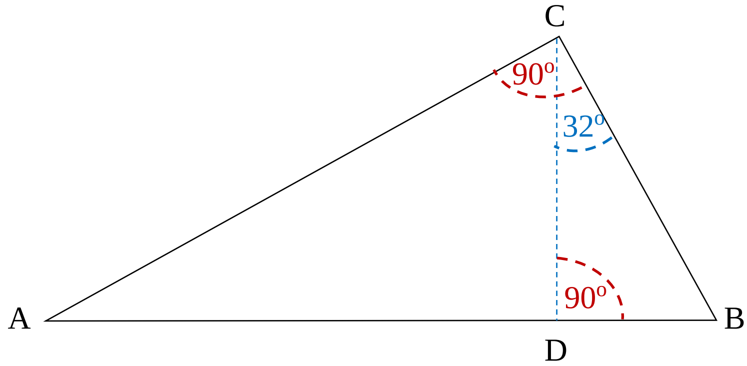
$$P = 200 \text{ m} \times 150 \text{ m} = 30\,000 \text{ m}^2 = 300 \text{ a}$$

Odpowiedź. Ogród ma powierzchnię 300 arów.

Zadanie 4.

W trójkącie prostokątnym miara kąta utworzonego przez wysokość opuszczoną z wierzchołka katą prostego i jedną z przyprostokątnych równa jest 32º. Oblicz miary kątów tego trójkąta.

Rozwiązanie:



Niech D będzie spodkiem wysokości. Wiemy, że miara kąta BCD = 32º, miara kąta BCA = 90º, a miara kąta CDB = 90º. W oparciu o twierdzenie o sumie katów wewnętrznych trójkąta obliczamy:

kąt CBD = 180º – (90º + 32º) = 180º – 112º = 58º.

Odpowiedź. Kąty trójkąta mają miary 90º, 32º i 58º.

Zadanie 5.

Do pojemnika w kształcie graniastosłupa o podstawie trapezu, którego długość podstaw wynosi 19 cm i 11 cm, a wysokość 6 cm, wlano 3,6 l wody. O ile cm podniesie się poziom wody, jeśli do pojemnika wrzucimy klocek w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 10 cm x 9 cm x 5cm?

Rozwiązanie:

Objętość graniastosłupa $V = P_p \cdot H$

Pole podstawy to pole trapezu $P_p = \frac{(19+11)\cdot 6}{2} = 90 \text{ (cm}^2)$

$$3{,}6 \text{ l} = 3600 \text{ cm}^3$$

3600 : 90 = 40 (cm) – wysokość lustra wody

Objętość prostopadłościanu

$$10 \cdot 9 \cdot 5 = 450 \text{ (cm}^3)$$

Stąd dodatkowa wysokość lustra wody $450 : 90 = 5$ (cm)

lub licząc wspólną objętość wody i klocka $3600 + 450$ otrzymujemy wysokość:

$$(3600 + 450) : 90 = 45 \text{ (cm)}$$

$$45 - 40 = 5 \text{ (cm)}.$$

Odpowiedź. Poziom wody podniesie się o pięć centymetrów.