

## XVI Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

### Eliminacje – cykl listopadowy

Poziom: szkoła podstawowa, 10 punktów za każde zadanie

#### Zadanie 1.

Liczby 4373 i 826 podzielono przez tę samą liczbę naturalną i otrzymano odpowiednio reszty 8 i 7. Znajdź tę liczbę.

#### Rozwiązanie:

Oznaczmy przez  $x$  liczbę, przez którą dzielono 4373 i 826. Wówczas można zapisać:

$$4373 = n \cdot x + 8 \text{ oraz } 826 = m \cdot x + 7, \text{ gdzie } n, m \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Stąd } nx = 4365 \text{ i } mx = 819.$$

Rozkładając liczby 4365 i 819 na czynniki pierwsze, otrzymamy  $x = 9$ , gdyż

$$\text{NWD } \{4365, 819\} = 9$$

**Odpowiedź:** Liczby 4373 i 826 podzielono przez 9.

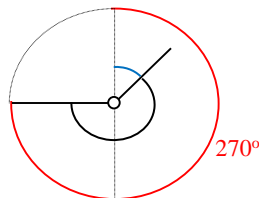
#### Zadanie 2.

Jaki kąt tworzą wskazówki zegara o godz. 13.45?

#### Rozwiązanie:

Każda godzina to  $\frac{1}{12} \cdot 360^\circ = 30^\circ$ . Ponieważ jest 13.45, to mała wskazówka dodatkowo od godziny 13.00 wykonała obrót o  $\frac{3}{4} \cdot 30^\circ = 22,5^\circ$ . Czyli razem odchylna jest od godziny 12.00 o

$$30^\circ + 22,5^\circ = 52,5^\circ.$$



$$270^\circ - 52,5^\circ = 217,5^\circ$$

**Odpowiedź:** Wskazówki zegara tworzą kąt  $217,5^\circ$ .

### Zadanie 3.

Na mapie w skali 1: 7600 000, odległość od dworca autobusowego do kina wynosi 1 cm i 9 mm. Jaka jest odległość od dworca autobusowego do kina na planie w skali 1: 570 000?

#### Rozwiązanie:

Dla mapy w skali 1: 7600 000 mamy

1cm na mapie to w terenie 7600 000cm

1,9cm na mapie to w terenie  $1,9\text{cm} \cdot 7600\ 000 = 14440\ 000\text{cm}$

Dla mapy w skali 1: 570 000

1cm na mapie to w terenie 570 000cm

$x$  cm na mapie to w terenie  $x\text{ cm} \cdot 570\ 000$

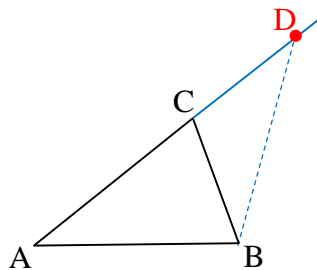
$$x \cdot 570\ 000\text{cm} = 14440\ 000\text{cm}$$
$$x = \frac{14440000\text{cm}}{570000} = 25\frac{1}{3}\text{cm} \approx 25,3\text{cm}$$

**Odpowiedź:** Na planie w skali 1: 570 000 odległość od dworca do kina wynosi w przybliżeniu 25,3cm

### Zadanie 4.

W trójkącie  $ABC$  kąt  $A$  ma  $70^\circ$ , a kąt  $B$  ma  $60^\circ$ . Bok  $AC$  przedłużono poza punkt  $C$  i zaznaczono na tej półprostej punkt  $D$  taki, że  $|BC| = |CD|$ . Oblicz kąty trójkąta  $BCD$ .

#### Rozwiązanie:



$180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$  miara kąta C w trójkącie ABC

$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  miara kąta C w trójkącie BCD

Trójkąt BCD jest trójkątem równoramiennym ponieważ  $|BC| = |CD|$ .

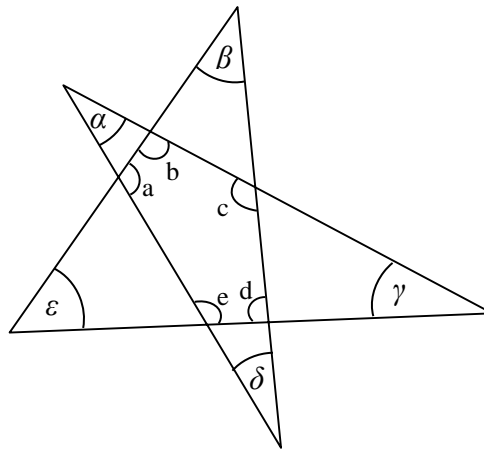
Kąty B i D mają jednakowe miary.

$$(180^\circ - 130^\circ) : 2 = 25^\circ$$

**Odpowiedź:** Miary kątów w trójkącie BCD wynoszą  $130^\circ, 25^\circ, 25^\circ$ .

### Zadanie 5.

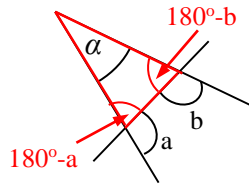
Oblicz ile jest równa suma  $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$  pięciu ostrych kątów wewnętrznych ramion gwiazdy tego typu co przedstawionej na rysunku:



### Rozwiązanie:

Suma kątów pięciokąta równa jest  $a+b+c+d+e = 540^\circ$

Aby obliczyć kąt  $\alpha$ , należy rozważyć trójkąt jak na poniższym rysunku i od sumy kątów trójkąta równej  $180^\circ$  odjąć kąt przyległy do kąta  $a$  i do kąta  $b$ .



Kąt

$$\alpha = 180^\circ - (180^\circ - a) - (180^\circ - b) = a + b - 180^\circ$$

Analogicznie obliczamy kąty

$$\beta = 180^\circ - (180^\circ - b) - (180^\circ - c) = b + c - 180^\circ$$

$$\delta = 180^\circ - (180^\circ - d) - (180^\circ - e) = d + e - 180^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (180^\circ - c) - (180^\circ - d) = c + d - 180^\circ$$

$$\varepsilon = 180^\circ - (180^\circ - a) - (180^\circ - e) = a + e - 180^\circ$$

Łącznie suma kątów ramion gwiazdy wynosi:

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon &= \\ &= a+b-180^\circ + b+c-180^\circ + d+e-180^\circ + c+d-180^\circ + a+e-180^\circ = \\ &= 2a + 2b + 2c + 2d + 2e - 900^\circ = 2 \cdot 540^\circ - 900^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

**Odpowiedź:** Suma kątów  $180^\circ$ .