Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne

Eliminacje – cykl listopadowy

Poziom: szkoły podstawowe, punktacja: 10 punktów za każde zadanie

Zadanie 1.

Drobinka pyłu jest sześcianem o takich wymiarach, że gdyby ułożyć ściśle jedną za drugą 50 takich cząstek, miały by one łącznie 0,5mm długości. Ile takich cząstek zmieściłoby się w pomieszczeniu o wymiarach 2m x 5m x 10m?

Odpowiedz przedstaw w postaci potęgi. Ile to biliardów?

Rozwiązanie:

Niech x oznacza długość krawędzi sześcianu drobinki pyłu.

$$50x = 0{,}5\ mm$$

$$x = 0{,}5\ mm : 50$$

$$x = 0{,}01\ mm$$

V_1 - objętość sześciennej drobinki pyłku

$V_1 = (0{,}01\text{mm})^3$

$V_1 = 0{,}000001\text{mm}^3$

Wymiary pomieszczenia:

2000mm x 5000mm x 10 000mm

V_2 –objętość pomieszczenia

$V_2 = 100\ 000\ 000\ 000\text{mm}^3$

Obliczamy ile drobinek sześciennych zmieści się w pomieszczeniu

$$100\ 000\ 000\ 000\text{mm}^3 : 0{,}\ 000001\text{mm}^3 = 100\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{17}$$

Odpowiedź: 10^{17} tj. sto biliardów drobinek pyłu mieści się w pomieszczeniu o wymiarach 2m x 5m x 10m.

Zadanie 2.

Ojciec ma 45 lat, a jego synowie odpowiednio 10 i 8 lat. Po ilu latach ojciec będzie miał tyle lat, co obaj synowie razem?

Rozwiązanie.

Po upływie x lat :

- ojciec będzie miał lat $45 + x$
- starszy syn będzie miał lat $10 + x$
- młodszy syn będzie miał lat $8 + x$

Ponieważ ojciec ma mieć tyle lat ile synowie razem, to otrzymujemy równanie

$$45 + x = 10 + x + 8 + x$$
$$45 + x = 18 + 2x \quad |-x$$
$$45 = 18 + x$$
$$x = 27$$

Odpowiedź. Ojciec będzie miał tyle lat co synowie razem po 27 latach.

Zadanie 3.

Szacuje się, że tylko około $\frac{3}{10}$ młodych puszczyków przeżywa pierwszy rok życia. Spośród nich tylko $\frac{3}{4}$ przeżywa drugi rok życia. Jaka procent piskląt przeżywa co najmniej dwa lata?

Rozwiązanie.

Niech x oznacza liczbę młodych puszczyków. Wtedy

$\frac{3}{10}$ liczby x = $\frac{3}{10}x$ – liczba puszczyków, które przeżywają pierwszy rok życia,

$\frac{3}{4}$ liczby $\frac{3}{10}$x = $\frac{9}{40}$ x – liczba puszczyków, które przeżywają drugi rok życia

Zamieniamy na %: $\frac{9}{40}x = \frac{225}{1000}x = \frac{22{,}5}{100}x = 22{,}5\%\, x$

Odpowiedź. 22,5% piskląt puszczyków przeżywa co najmniej dwa lata.

Zadanie 4.

Z czterech liczb całkowitych utworzono wszystkie możliwe sumy po dwie liczby i otrzymano: 1, 2, 5, 9, 12, 13. Znajdź te liczby całkowite.

Rozwiązanie.

Oznaczmy szukane liczby przez a, b, c, d.

Na podstawie warunków zadania otrzymujemy:

1^0 a + b = 1 $\quad$ 4^0 b + c = 9

2^0 a + c = 2 $\quad$ 5^0 b + d = 12

3^0 a + d = 5 $\quad$ 6^0 c + d = 13

Z 4^0 i 5^0 otrzymujemy d = 3 + c.

Uwzględniając otrzymaną równość w 6^0 otrzymujemy c= 5.

Z równości 2^0 otrzymujemy a+ 5 = 2, stąd a = - 3.

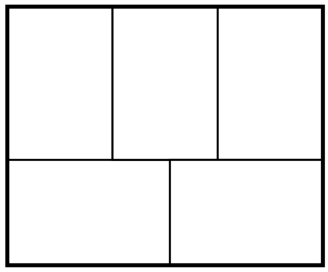
Z równości 1^0 otrzymujemy - 3 + b = 1, stąd b = 4.

Sprawdzamy równość 3^0 , - 3 + d = 5, stąd d = 8.

Odp. Szukane liczby to - 3, 4, 5, 8.

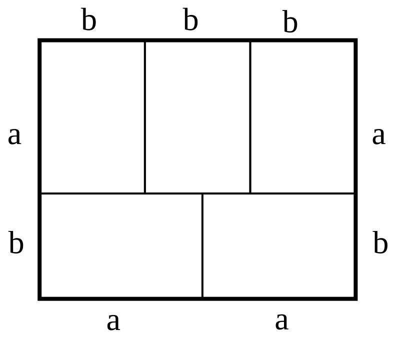
Zadanie 5.

Prostokąt ABCD tworzy pięć mniejszych, identycznych prostokątów takich, jak na poniższym rysunku. Obliczyć obwód prostokąta ABCD, jeśli jego pole jest równe 6750 cm^2.



Rozwiązanie.

Oznaczamy



Szukany obwód jest równy 4*a* + 5*b*.

Ponieważ w prostokącie dolna krawędź jest taka sama jak górna, to $2a = 3b$.

Stąd dostajemy, że $a = \frac{3}{2}b$. Możemy teraz długości boków prostokąta zapisać jako:

$$3b \quad \text{i} \quad \tfrac{3}{2}b + b.$$

Ze wzoru na pole prostokąta o trzymujemy

$$Pole = 3b(\tfrac{3}{2}b + b) = \tfrac{15}{2}b^2$$

$$\tfrac{15}{2}b^2 = 6750 \quad |\cdot 2$$

$$15b^2 = 13500 \quad |:15$$

$$b^2 = 900, \text{ czyli } \; b = \sqrt{900} = 30 \;\text{ i }\; a = \tfrac{3}{2}\cdot 30 = 45.$$

Szukany obwód jest równy $4a + 5b = 4\cdot 45 + 5\cdot 30 = 180 + 150 = 330\ cm$

Odpowiedź. Obwód prostokąta jest równy 330 cm.