# XVII Warmińsko-Mazurskie Zawody Matematyczne
## Eliminacje – cykl grudniowy
## Poziom: szkoły podstawowe klasy 1-7
**Punktacja: 10 punktów za każde zadanie (zadania rozwiązywane w „domu”)**

**Zadanie 1.**

Dana jest liczba 654y32x. Jakie powinny być x i y, aby liczba była podzielna przez 18?

**Rozwiązanie:**

Ostatnią cyfrą x może być 0, 2, 4, 6, 8, oraz suma cyfr musi być podzielna przez 9.

$$6+5+4+3+2 = 20$$

Stąd mamy możliwości:

| | | |
|---|---|---|
| 6+5+4+3+2+x+y= 27 | lub | 6+5+4+3+2+x+y=36 |
| x+y = 7 | | x+ y = 16 |
| x=2 y=5 | | x=8 y=8 |
| x=4 y = 3 | | |
| x=6 y=1 | | |
| x=0 y= 7 | | |

**Odpowiedź**. Możliwe cyfry to: x=0 y= 7, x=2 y=5, x=4 y = 3, x=6 y=1, x=8 y=8.

**Zadanie 2.**

Mama Kasi stwierdziła: Wszystkie moje dzieci mają od 6 do 15 lat. Iloczyn ich lat jest równy 60060. Ile dzieci ma mama Kasi?

**Rozwiązanie:**

Przedstawiamy liczbę 60060 w postaci iloczynu:

$$60060 = 2\cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13.$$

Ponieważ dzieci mają od 6 do 15 lat, to mogą mieć:

$$2 \cdot 3 = 6\ lat, \quad 5 \cdot 2 = 10\ lat, \qquad 7\ lat, \qquad 11 lat, \qquad 13\ lat.$$

**Odpowiedź.** Kasia ma 4 rodzeństwa.

**Zadanie 3.**

Cena pewnego towaru po dwóch kolejnych obniżkach o 20% jest równa 80zł. Jaka była cena towaru przed obniżkami?

**Rozwiązanie:**

*x*- cena towaru przed obniżkami

$$80\% \cdot x = \frac{80}{100} \cdot x = \frac{8}{10}x$$ - cena towaru po pierwszej obniżce

$$80\% \cdot \frac{8}{10}x = \frac{80}{100} \cdot \frac{8}{10} \cdot x = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot x = \frac{64}{100}x$$ - cena towaru po drugiej obniżce

Zatem

$$\frac{64}{100} \cdot x = 80 zł$$
$$0{,}64x = 80 zł$$
$$x = 80 zł : 0{,}64$$
$$x = 125 zł$$

**Odpowiedź.** Towar przed obniżkami kosztował 125zł.

**Zadanie 4.**

W równoległoboku *ABCD* długości boków *AB* i *AD* są równe odpowiednio 16 cm i 10 cm. Punkt *E* jest środkiem boku *AB*, a odcinek *DE* jest wysokością równoległoboku. Oblicz długości przekątnych równoległoboku.

**Rozwiązanie:**

Punkt *E* jest środkiem boku *AB*, więc $|AE| = |EB| = 8$ cm

Trójkąt *AED* jest prostokątny. Oznaczamy $|DE| = h$

Na podstawie twierdzenia Pitagorasa mamy $h^2 = 10^2 - 8^2 \quad h = 6$ cm

Przekątna *DB* jest przeciwprostokątną trójkąta *DEB*, w którym długości przyprostokątnych wynoszą 8 cm i 6 cm.

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy $|DE|^2 + |EB|^2 = |BD|^2$

$$|BD|^2 = 6^2 + 8^2 \qquad |BD| = 10 \text{ cm}$$

Przedłużamy bok AB i z wierzchołka C, rysujemy wysokość CF, F należy do prostej AB.

Trójkąt AFC jest prostokątny o przyprostokątnych AF i CF. Przeciwprostokątna AC jest drugą przekątną równoległoboku.

$$|AF| = 16 + 8 = 24 \text{ i } |CF| = 6$$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa $|AF|^2 + |CF|^2 = |AC|^2$

$$|AC|^2 = 24^2 + 6^2 = 612$$

$$|AC| = \sqrt{612} = 6\sqrt{17}$$

**Odpowiedź.** Długości przekątnych wynoszą 10 cm i $6\sqrt{17}$ cm.

**Zadanie 5.**

Obwód trapezu równoramiennego wynosi 100 cm, a długość ramienia jest równa długości odcinka łączącego środki ramion. Oblicz długość ramienia.

**Rozwiązanie:**

a- długość dłuższej podstawy

b- długość krótszej podstawy

c- długość ramienia

Spełnione są następujące zależności:

$$a + b + 2c = 100$$

$$c = \frac{a+b}{2} \quad \text{(} \textit{mnożymy obustronnie przez 2)}$$

otrzymujemy

$$2c = a + b,$$

Zatem

$$2c + 2c = 100$$

$$4c = 100$$

$$c = 25$$

**Odpowiedź.** Długość ramienia trapezu jest równa 25cm.